


| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3h | مدة الإنجاز | الرياضيات | | | المادة |
| 7 | المعامل | شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية | | | الشعبة أو المسلك |

## تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

## مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

| | | |
|---|---|---|
| التمرين الأول | المتتاليات العددية | 4 نقط |
| التمرين الثاني | الأعداد العقدية | 5 نقط |
| التمرين الثالث | الدوال العددية | 3 نقط |
| المسألة | دراسة دوال عددية وحساب التكامل | 8 نقط |

- ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

**التمرين الأول ( 4 نقط):**

نعتبر المتتالية $(u_n)$ المعرفة بما يلي: $u_0=\frac{1}{3}$ و $u_{n+1}=\frac{1+u_n}{3-u_n}$ لكل $n$ من $I\!N$

0.5 — 1) بين أن لكل $n$ من $I\!N$ لدينا $0<u_n<1$

0.5 — 2) أ) بين أن لكل $n$ من $I\!N$ لدينا $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-1)^2}{3-u_n}$

0.5 — ب) بين أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة.

3) نضع لكل $n$ من $I\!N$ ، $v_n=\frac{1}{1-u_n}$

0.75 — أ) بين أن $(v_n)$ متتالية حسابية محددا أساسها وحدها الأول .

0.75 — ب) حدد $v_n$ بدلالة $n$ ، واستنتج أن $u_n=\frac{n+1}{n+3}$ ، لكل $n$ من $I\!N$

0.5 — ج) احسب نهاية المتتالية $(u_n)$

0.5 — 4) انطلاقا من أية قيمة للعدد $n$ يكون $u_n\geq\frac{1011}{1012}$ ؟

**التمرين الثاني (5 نقط ) :**

0.75 — 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+13=0$

2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط $A$ و$B$ و $C$ التي ألحاقها على التوالي هي $a$ و$b$ و $c$ حيث $a=3+2i$ و $b=3-2i$ و $c=-1-2i$

0.5 — أ) اكتب $\frac{c-b}{a-b}$ على الشكل المثلثي .

0.5 — ب) استنتج طبيعة المثلث $ABC$

3) ليكن $R$ الدوران الذي مركزه $B$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$، ولتكن $M$ نقطة من المستوى لحقها $z$ و $M'$ التي لحقها $z'$ صورة النقطة $M$ بالدوران $R$ ، ولتكن $D$ النقطة التي لحقها $d=-3-4i$

0.5 — أ) اكتب $z'$ بدلالة $z$

0.25 — ب) تحقق أن النقطة $C$ هي صورة النقطة $A$ بالدوران $R$

0.5 — 4)أ) بين أن النقط $A$ و $C$ و $D$ مستقيمية.

0.5 — ب) حدد نسبة التحاكي $h$ الذي مركزه $C$ ويحول $A$ الى $D$.

0.5 — ج) حدد اللحق $m$ للنقطة $E$ بحيث يكون الرباعي $BCDE$ متوازي أضلاع.

0.5 — 5) أ) بين أن $\frac{d-a}{m-b}$ عدد حقيقي.

0.5 — ب) استنتج أن الرباعي $ABED$ شبه منحرف متساوي الساقين.

**التمرين الثالث (3 نقط ) :**

نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي $h(x)=x+\ln x$

| | |
|---|---|
| 1) بين أن الدالة $h$ تزايدية قطعا على $]0;+\infty[$ | 0.5 |
| 2) حدد $h(]0;+\infty[)$ | 0.5 |
| 3) أ) استنتج أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في $]0;+\infty[$ | 0.5 |
| ب) أثبت أن $0<\alpha<1$ | 0.5 |
| 4) أ) تحقق أن $h\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\alpha+\frac{1}{\alpha}$ | 0.5 |
| ب) استنتج أن $h\left(\frac{1}{\alpha}\right)>2$ | 0.5 |

**مسألة (8 نقط):**

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=2-xe^{-x+1}$

ليكن $(C)$ منحنى $f$ في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة: $1cm$ )

| | |
|---|---|
| 1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و أول النتيجة هندسيا . | 0.5 |
| 2) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ | 0.5 |
| ب) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا . | 0.75 |
| 3) أ) بين أن لكل $x$ من $\mathbb{R}$ لدينا $f'(x)=(x-1)e^{-x+1}$ | 0.75 |
| ب) ضع جدول تغيرات الدالة $f$ | 0.5 |
| 4) أ) احسب $f''(x)$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$ | 0.5 |
| ب) بين أن المنحنى $(C)$ يقبل نقطة انعطاف أفصولها 2 | 0.5 |
| 5) أنشئ المنحنى $(C)$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ( نأخذ $f(2)\simeq 1,25$ ) | 1 |
| 6) حدد القيمة الدنيا للدالة $f$ و استنتج أن لكل $x$ من $\mathbb{R}$ ، $e^{x-1}\geq x$ | 0.5 |
| 7) أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب : $\int_0^2 xe^{-x}\,dx$ | 0.5 |
| ب) استنتج أن : $\int_0^2 f(x)dx=4-e+3e^{-1}$ | 0.5 |
| 8) لتكن $g$ قصور الدالة $f$ على المجال $]-\infty,1]$ | |
| أ) بين أن الدالة $g$ تقبل دالة عكسية $g^{-1}$ معرفة على مجال $J$ يتم تحديده . | 0.5 |
| ب) أنشئ المنحنى الممثل للدالة $g^{-1}$ في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ | 0.75 |
| ج) انطلاقا من المنحنى الممثل للدالة $g^{-1}$ ، حدد $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{g^{-1}(x)}{x}\right)$ | 0.25 |